

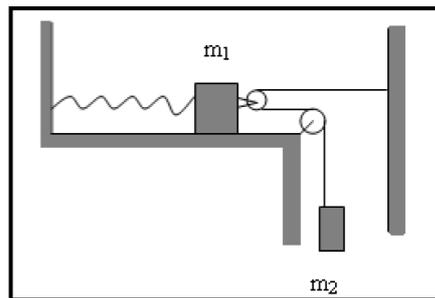
Олимпиада школьников по физике Центра "Вега"

2023 г., II этап (3 часа)

10 класс (всего 40 баллов)

Задача №1.

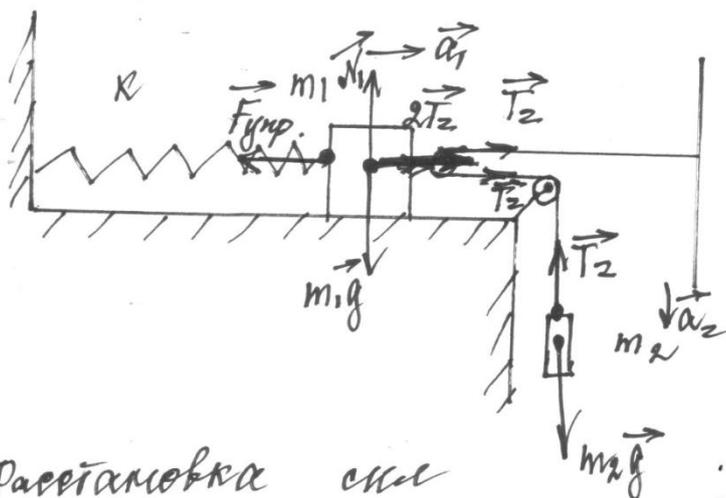
В системе, изображенной на рисунке, грузы исходно удерживают так, что пружина жесткости k не деформирована. Затем грузы m_1 и m_2 отпускают без начальной скорости. Нить, пружина и блоки невесомы. Трения нет. Ускорение свободного падения g . Определите максимальную скорость V_1 левого груза после того, как грузы отпустили.



Дано:

$$\frac{m_1, m_2, k, g}{v_1 = v_{max}}$$

$F_{тр.} = 0$
Нить, пружина, блоки - невесомы.



Расстановка сил приведена от первого момента до достижения m_1 скорости v_1 .
При этом $x = x_{max}$ и $a_1 = a_2 = 0$
Т.к. блок m_1 и m_2 - подвижны, то на m_1 действует $2T_2$.

1) Применяем закон сохранения мех. энергии для m_1 .

$$1) \frac{k \cdot x_{\max}^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2}$$

$$v_1 = x_{\max} \sqrt{\frac{k}{m_1}} \quad (1)$$

2) Найдём x_{\max} .
 При $v_1 - \max$ $a = 0$
 Тогда, по II закону Ньютона
 $2T_2 - k \cdot x_{\max} = m_1 \cdot a = 0$,
 где $F_{\text{упр.}} = k \cdot x_{\max}$.

$$x_{\max} = \frac{2T_2}{k} \quad (2)$$

3) Найдём T_2 :
 для $m_2 \rightarrow m_2 g - T_2 = m_2 a = 0$
 (при x_{\max})
 $T_2 = m_2 g \quad (3)$

(3) \rightarrow в (2)

$$x_m = \frac{2m_2 g}{k} \rightarrow \text{в (1)}$$

$$v_1 = \frac{2m_2 g}{k} \sqrt{\frac{k}{m_1}} = 2m_2 g \sqrt{\frac{1}{k \cdot m_1}}$$

Ответ: $v_1 = \frac{2m_2 g}{\sqrt{k \cdot m_1}}$

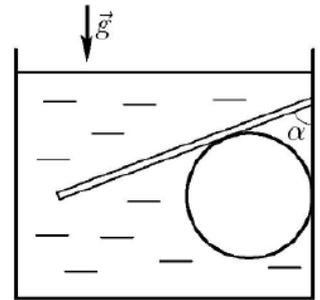
$$[v_1] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \sqrt{\frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot \text{кг}}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{кг}^{-1}}{\text{с}^2 \cdot \text{м}}}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с} \cdot \text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Критерии оценивания задачи:

	Мах - 10 баллов
Выполнен рисунок с расстановкой сил с учетом ускорений	3 балла
Применяется закон сохранения механической энергии для груза m_1	2 балла
Определено максимальное растяжение x для пружины	2 балла
Определена сила натяжения нити при максимальном растяжении пружины	1 балл
Проведены верные преобразования для получения конечного ответа	2 балла

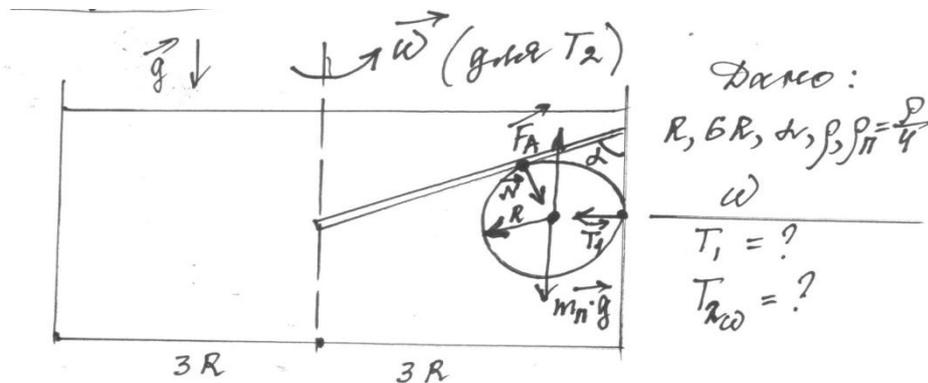
Задача №2.

В цилиндрическом сосуде с водой диаметром $6R$ закреплена узкая полка, наклоненная к вертикальной стенке сосуда под углом α . Поверхности полок и стенки сосуда гладкие. Пробковый шар упирается в полку (см. рисунок). Радиус шара R , плотность воды ρ , плотность пробки $\rho/4$, ускорение свободного падения g .

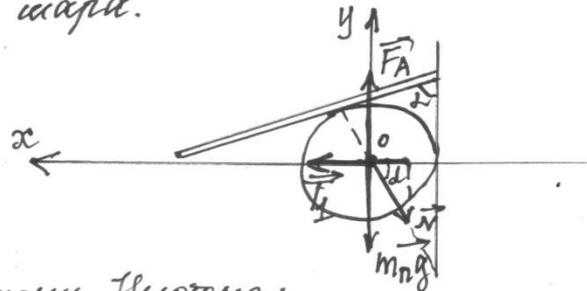


- 1) Найдите силу давления шара на стенку в покоем сосуде.
- 2) Найдите силу давления шара на стенку при вращении сосуда с постоянной угловой скоростью ω относительно вертикальной оси, проходящей через центр сосуда.

В обоих случаях шар полностью находится в воде. (10 баллов)



Для удобства все силы соберем из центра шара.



По II закону Ньютона:

$$0x) T_1 - N \cdot \cos \alpha = 0$$

$$0y) -m_n g + F_A - N \cdot \sin \alpha = 0$$

$$\begin{cases} N \cdot \cos \alpha = T_1 \\ N \cdot \sin \alpha = F_A - m_n g \\ F_A = \rho \cdot g \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \\ m_n g = \rho/4 \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot g \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} N \cdot \sin \alpha = \rho \cdot g \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \left(1 - \frac{1}{4}\right) \\ N \cdot \sin \alpha = \frac{3}{4} \pi R^3 \cdot \rho \cdot g \end{array} \right.$$

$$T_1 = N \cdot \cos \alpha = \frac{\pi R^3 \cdot \rho \cdot g}{\sin \alpha} \cdot \cos \alpha$$

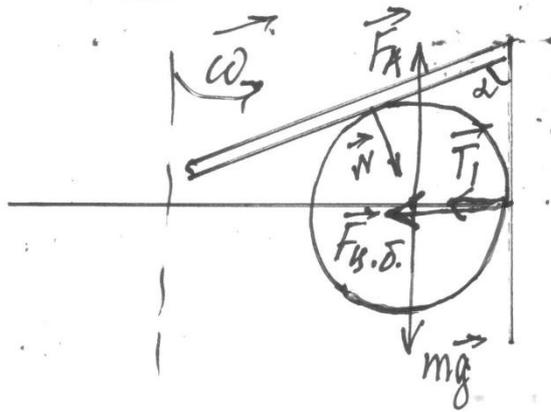
$$T_1 = \pi R^3 \cdot \rho \cdot g \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

При вращении сосуда с угловой скоростью ω появляется центробежный эффект. Т.е. на продольный шар действует со стороны стенки сосуда дополнительная сила

$$F_{\text{ц.б.}} = m \cdot \omega^2 \cdot 3R = \frac{\rho}{4} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \omega^2 \cdot 3R$$

$$F_{\text{ц.б.}} = \frac{1}{3} \rho \cdot \pi \cdot R^4 \cdot \omega^2 \cdot 3$$

$$F_{\text{ц.б.}} = \rho \cdot \pi R^4 \cdot \omega^2$$



$$T_2 = T_1 + F_{\text{ц.б.}}$$

$$T_2 = \pi R^3 \cdot \rho \cdot g \cdot \operatorname{ctg} \alpha + \pi R^4 \cdot \rho \cdot \omega^2$$

$$T_2 = \pi R^3 \cdot \rho (g \cdot \operatorname{ctg} \alpha + R \cdot \omega^2)$$

Критерии оценивания задачи:

	Мах - 10 баллов
Выполнен рисунок с расстановкой сил	2 балла
Применяется II закон Ньютона, сила Архимеда, сила тяжести	3 балла
Определена сила давления шара в покоем сосуде	1 балл
Учтен центробежный эффект	3 балла
Определена сила давления шара во вращающемся сосуде	2 балла

Задача №3.

Спутник погрузился в тень Земли. При этом температура внутри спутника равная вначале $T_0 = 300 \text{ К}$, упала на **1%**, из-за чего давление воздуха в спутнике понизилось на $\Delta p = 1000 \text{ Па}$. Определите массу воздуха в спутнике, если воздух занимает объем $V = 10 \text{ м}^3$. **(10 баллов)**

Решение. Начальное состояние воздуха в спутнике (до попадания его в тень) описывается уравнением

$$p_0 V = \frac{m}{M} R T_0,$$

где p_0 – начальное давление воздуха, m – масса воздуха, $M = 29 \text{ г / моль}$ – молярная масса воздуха. После попадания спутника в тень состояние воздуха изменилось и теперь описывается уравнением

$$p V = \frac{m}{M} R T,$$

где, согласно условию задачи, $p = p_0 - \Delta p$, $T = 0,99 T_0$. Тогда, вычитая из первого уравнения второе, получаем

$$\Delta p V = \frac{m}{M} R \cdot 0,01 T_0.$$

Окончательно, для массы воздуха в спутнике находим

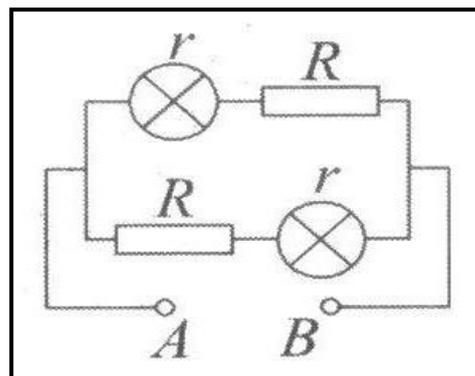
$$m = \frac{\Delta p \cdot V \cdot M}{R \cdot 0,01 T_0} = 11,6 \text{ кг}.$$

Критерии оценивания задачи:

	Мах - 10 баллов
Используется уравнение Менделеева - Клапейрона для описания начального состояния воздуха в спутнике	2 балла
Используется уравнение Менделеева - Клапейрона для описания конечного состояния воздуха в спутнике	2 балла
Использовано изменение давления Δp	2 балла
Получена формула и расчеты массы воздуха в спутнике	3+1 балла

Задача №4.

Схема электрической цепи, состоящей из двух одинаковых ламп и двух одинаковых резисторов, изображена на рисунке. Между точками А и В поддерживается постоянное напряжение. Сопротивление каждого резистора равно $R = 3 \text{ Ом}$. Известно, что если в этой цепи вместо одной из ламп подключить резистор с сопротивлением R , то мощность, выделяемая во всей цепи, увеличится в $k = 2$ раза. Найдите сопротивление лампы r .
(10 баллов)



П.3. Общее сопротивление цепи в первом случае равно $R_1 = \frac{R+r}{2} R_1$, а мощность, выделяемая в цепи в этом случае $P_1 = \frac{U^2}{R_1} = \frac{2U^2}{R+r}$, где U – напряжение между точками А и В. После того

как одну из ламп заменили резистором, общее сопротивление цепи стало равным $R_2 = \frac{2R(R+r)}{3R+r}$, а мощность, выделяемая в ней,

$P_2 = \frac{U^2}{R_2} = \frac{U^2(3R+r)}{2R(R+r)}$. По условию задачи $P_2 = kP_1$, т.е.

$\frac{U^2(3R+r)}{2R(R+r)} = k \cdot \frac{2U^2}{R+r}$. Отсюда получаем, что $r = (4k - 3)R$.

Ответ: $r = (4k - 3)R = 15 \text{ Ом}$.

Критерии оценивания задачи:

	Мах - 10 баллов
Определено общее сопротивление цепи в 1 случае	2 балла
Определена выделяемая в цепи мощность в 1 случае	2 балла
Определено общее сопротивление цепи во 2 случае	2 балла
Определена выделяемая в цепи мощность во 2 случае	2 балла
Использована связь мощностей через заданный коэффициент	1 балл
Определено сопротивление лампы	1 балл